

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ
БАШКОРТОСТАН
ЦЕНТР ВЫЯВЛЕНИЯ, ПОДДЕРЖКИ И РАЗВИТИЯ
СПОСОБНОСТЕЙ И ТАЛАНТОВ У ДЕТЕЙ И МОЛОДЁЖИ
РЕСПУБЛИКИ БАШКОРТОСТАН «АВРОРА»

«РАССМОТРЕНО»

На заседании экспертного совета

ГАОУ ДО ЦРТ «Аврора»

пр. № 3 от 5.08.2020

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ГАОУ ДО ЦРТ «Аврора»

А.М.Сайгафаров

приказ № 12 от 7.09.2020

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ПРОГРАММА

по предмету «Математика»

(онлайн видеокурсы)

возраст обучающихся 14 – 15 лет

(9 класс)

Авторы программы:

засл. учитель РФ М. В. Саханевич,

С.В. Симакин

М.А.Яксина

Оглавление

1.	Пояснительная записка	3
2.	Учебный план видеокурса.....	5
3.	Содержание курса	7
4.	Методическое обеспечение	8
5.	Диагностика результативности	10
6.	Использованная литература	29

1. Пояснительная записка

1.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

Образовательная программа дополнительного образования по математике относится к программам социально-педагогической направленности. Она даёт возможность в пределах процесса обучения математике способствовать адаптации учащихся в современном обществе, расширению кругозора, пополнения знаний в сфере личных интересов. В связи с этим составление образовательной программы онлайн в ГАОУДО «Центр Развития Талантов «Аврора» по предмету «математика» является достаточно актуальным.

Онлайн видеокурс по предмету «математика» представляет собой серию из 15 видеоуроков длительностью 30-35 минут каждый. После каждого из уроков задается задание, разбираемое в начале следующего урока.

1.2. Цели курса:

1. Выявление творческих способностей учащихся
2. Развитие интереса к научно-познавательной деятельности
3. Формирование интеллектуальной национальной элиты.

1.3. Задачи курса:

1. Обучение различным способам решения нестандартных задач по математике, объединенных общими приемами и методами решения.
2. Формирование умения анализировать условие задачи, разбивать решение сложной задачи на последовательность понятных ученику действий.

1.4. Целевая направленность

Настоящая программа нацелена на дополнительную высокоуровневую подготовку учащихся по математике, в частности - к участию в олимпиадах.

Программа ориентирована на учащихся, окончивших 7 класс и согласована с основной программой по математике, являясь ее органичным дополнением и расширением. Доступна и для более младших учащихся при условии предварительного освоения ими разделов «Алгебраические преобразования», «Формулы сокращенного умножения» и «Линейная функция». Преследуется цель систематически повторить курс математики основной школы, пополнить его определенными новыми компонентами.

1.5. Актуальность

Необходимость работы по данной программе в рамках дополнительного образования вызвана существенным превышением требований к подготовке учащихся, достаточной для успешного участия в олимпиадах, в сравнении даже с повышенным уровнем знаний, требуемым в основном курсе математики.

1.6. Формы проведения занятий

Форма проведения занятий является комбинированной: лекция с элементами теоретического материала, обсуждение общематематических аспектов задач, их анализа и разбиения их на подзадачи, обобщения и синтеза; практикум по решению задач с обсуждением наиболее эффективных приемов и методов их решения. Указанный подход призван способствовать наиболее эффективному продвижению к поставленной цели – качественному повышению уровня подготовленности по математике. Учащимся сообщаются определенные теоретические сведения, даются задания по их самостоятельному изучению и повторению, проводится систематизация материала. Показываются различные типы заданий, приемы и методы их решения, дается сравнительный анализ различных способов и классификация случаев их применения. Даются аннотации литературы по каждой теме, рекомендации по самостоятельной подготовке. В приложении приведен список рекомендуемой литературы.

1.7. Объём программы

15 видеоуроков продолжительностью 30-35 минут каждый

1.8. Планируемые результаты обучения

В результате освоения программы слушатель осваивает подходы к решению математических задач по разделу «Алгебра» на повышенном и высоком уровнях; получает представление о применении методов алгебры к решению задач из смежных разделов математики, а именно:

1. свободно ориентироваться в алгоритмах, приемах и методах решения заданий, выбирая оптимальный для каждого конкретного случая;
2. уметь реализовать технически любой из них в самой неблагоприятной вычислительной ситуации;
3. при необходимости обобщить предложенное задание с целью получения способа его решения;
4. ориентироваться в предмете вообще, знать о его составных частях и рассматриваемой в каждой из них проблематике;
5. владеть приемами математического моделирования, позволяющими сводить к известной или новой постановке задачи из смежных областей;
6. владеть культурой доказательства;
7. обладать аналитическими умениями: разбиения задачи на подзадачи, сведения к уже решенному, поиска закономерностей и особенностей в задаче;
8. обладать синтетическими умениями: обобщения задачи, исследования ее в общем виде, исследования устойчивости задачи к изменению начальных данных и ее корректности.

В результате освоения программы слушатель должен

ЗНАТЬ:

- Логические основы решения задач: частные и общие случаи, существование и всеобщность, выстраивание противоречия, доказательство и опровержение.
- Основные принципы решения задач общематематической направленности: перебор случаев, правило крайнего, принцип Дирихле, сочетание оценки и примера ее достижимости
- Различие строгого доказательства и правдоподобных рассуждений
- Специальные математически конструкции, являющиеся универсальными для решения широкого круга задач: инварианты, равносильные переходы
- Основные и дополнительные алгебраические формулы
- Основные приемы алгебраических преобразований и разложения на множители
- Возможности применения алгебраических обозначений и методов алгебры при решении задач.
- Основные факты курса геометрии
- Возможности дополнительных построений при решении геометрических задач
- Специальные приемы решения геометрических задач: применение алгебраических методов, площади, тригонометрических функций

УМЕТЬ:

- Ввести уместные обозначения и смоделировать задачу алгебраическим языком;
- Применять формулы алгебры и приемы преобразований сообразно ситуации;
- Обобщить задачу и при необходимости свести ее к индукционным рассуждениям;
- Обнаруживать взаимосвязь алгебраических и геометрических свойств.
- Свести задачу к последовательности более простых

ВЛАДЕТЬ:

- основными методами и приёмами анализа текста условия
- навыками решения задач повышенного уровня сложности.
- Навыками синтеза и обобщения
- Навыками редукции
- Исследовательскими навыками (определение границ возможных изменений условия, изменения и обобщения описанной в задаче ситуации).
- Методами доказательства «от противного», с помощью расчета в общем случае
- Навыками введения инварианта и получения необходимого противоречия
- Методами построения нужного примера или контрпримера

2. Учебный план видеокурса

№ ур ок а	Раздел модуля	Темы на уроке	теория	оборудова- ние
1	Логические осно- вы решения ма- тематических за- дач	Можно или нель- зя	Частное и общее. Пример и доказатель- ство	доска, мар- кер
2	Логические осно- вы решения ма- тематических за- дач	Принцип Дирих- ле	Исключе- ние невоз- можного	доска, мар- кер
3	Логические осно- вы решения ма- тематических за- дач	Инварианты	Доказатель- ство от про- тивного	доска, мар- кер
4	Логические осно- вы решения ма- тематических за- дач	Полуинварианты	Оценка, правило крайнего	доска, мар- кер
5	Логические осно- вы решения ма- тематических за- дач	Оценка плюс пример	Необходи- мые и до- статочные условия	доска, мар- кер
6	Геометрия	Как решать зада- чи по геометрии? Роль дополни- тельных построе- ний при решении задач. Удвоение медианы.	Методы до- казатель- ства. Акси- омы и тео- ремы. «От противно- го»	Графический планшет
7	Геометрия	Подобие тре- угольников. Обобщенная тео- рема Фалеса. Некоторые от-	Свойства и признаки Алгебраи- ческие при- емы в гео-	Графический планшет

		резки в трапеции, длины которых зависят только от длин оснований трапеции (среднее гармоническое и среднее квадратичное для длин оснований). Треугольник, отсекаемый отрезком, соединяющим основания двух высот треугольника.	метрии. Общий и частный случаи	
8	Геометрия	Теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике и ее применение при решении задач. Окружность (краткая теория).	Геометрическое место точек. Разбиение на случаи и опасность опоры на чертеж	Графический планшет
9	Геометрия	Окружность, вписанная в треугольник. Вне-вписанные окружности треугольника. Некоторые их свойства	Более сложные ГМТ	Графический планшет
10	Геометрия	Описанный четырехугольник. Теорема Птолемея	Разбиение задачи на подзадачи	Графический планшет
11	Алгебра. Обозначения и преобразования	Обозначения. Алгебра и арифметика, алгебра и ТЧ. Формулы сокращенного умножения	Формулы	доска, маркер.

12	Алгебра. Обозначения и преобразования	Применение формул. Следование и равносильность	Приемы и методы	доска, маркер.
13	Алгебра. Симметрия	Следствия из результатов преобразований. Симметрия в алгебре. Теорема Виета	Симметрия Равносильность и следование. И/ИЛИ	доска, маркер.
14	Алгебра. Симметрия.	Решение заданий высокого уровня сложности. Обобщение. Индукционные рассуждения.	Элементарные симметрические многочлены. Индукционные рассуждения	доска, маркер.
15	Алгебра. Симметрия.	Решение заданий высокого уровня сложности.	Индукционный подсчет	доска, маркер.

3. Содержание курса

- Урок 1.** Логические основы решения математических задач: Можно или нельзя
- Урок 2.** Логические основы решения математических задач: Принцип Дирихле
- Урок 3.** Логические основы решения математических задач: Инварианты
- Урок 4.** Логические основы решения математических задач: Полуинварианты
- Урок 5.** Логические основы решения математических задач: Оценка плюс пример
- Урок 6.** Геометрия: Как решать задачи по геометрии? Роль дополнительных построений при решении задач. Удвоение медианы.
- Урок 7.** Геометрия: Подобие треугольников. Обобщенная теорема Фалеса. Некоторые отрезки в трапеции, длины которых зависят только от длин оснований трапеции (среднее гармоническое и среднее квадратичное для длин оснований). Треугольник, отсекаемый отрезком, соединяющим основания двух высот треугольника.
- Урок 8.** Геометрия: Теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике и ее применение при решении задач. Окружность (краткая теория).
- Урок 9.** Геометрия: Окружность, вписанная в треугольник. Вневписанные окружности треугольника. Некоторые их свойства.
- Урок 10.** Геометрия: Описанный четырехугольник. Теорема Птолемея
- Урок 11.** Алгебра. Обозначения и преобразования: Обозначения. Алгебра и арифметика, алгебра и ТЧ. Формулы сокращенного умножения.
- Урок 12.** Алгебра. Обозначения и преобразования: Применение формул. Следование и равносильность
- Урок 13.** Алгебра. Симметрия: Применение формул. Следование и равносильность
- Урок 14.** Алгебра. Симметрия. Решение заданий высокого уровня сложности. Обобщение. Индукционные рассуждения.
- Урок 15.** Алгебра. Симметрия. Решение заданий высокого уровня сложности.

4. Методическое обеспечение

Реализация программы дисциплины требует наличия учебного кабинета математики.

Оборудование учебного кабинета:

- мультимедийное оборудование;
- посадочные места - 30;
- рабочее место преподавателя;
- комплект учебно-методической документации;
- наглядные пособия:
 - ✓ таблицы по стереометрии (11 шт), куб (3 шт), прямая призма (3 шт), пирамида (4 шт), конус (4 шт), цилиндр (5 шт), комплект деталей для сборки моделей по стереометрии (2 шт), параллельные плоскости, прямая перпендикулярная плоскости, перпендикуляр и наклонная к плоскости, перпендикулярные плоскости;
 - ✓ таблицы: многогранники, тела вращения, параллельные плоскости, перпендикулярные прямая и плоскость, основные тригонометрические формулы, тригонометрические формулы, обратные тригонометрические формулы, логарифмическая функция, показательная функция, угол поворота, график функции и её производной, расположение прямой и плоскости;
 - ✓ презентации: аксиомы стереометрии, способы задания плоскости, расположение прямой и плоскости, параллельные прямые в пространстве, перпендикулярные прямые в пространстве, перпендикулярные прямая и плоскость в пространстве, свойства перпендикулярных прямой и плоскости, перпендикуляр и наклонная, теорема о трёх перпендикулярах, признак перпендикулярности плоскостей, расстояние между скрещивающимися прямыми, координаты середины отрезка, угол между скрещивающимися прямыми, векторы в пространстве, угол поворота, знаки тригонометрических функций, графики тригонометрических функций, чётные и нечётные функции, периодические функции, понятие о касательной к графику функции, площадь криволинейной трапеции, многогранники, правильные многогранники, призма, пирамида, сечение призмы, сечение пирамиды, правильная пирамида, изображение цилиндра, сечения цилиндра, вписанная и описанная призмы, конус, сечения конуса, вписанная и описанная пирамиды, объём призмы, касательная плоскость к шару, шаровой сектор и сегмент, показательная функция, логарифмическая функция, графики показательной и логарифмической функции;
 - ✓ карточки вариантов задач для контрольных работ по темам:
 - за курс основной школы;
 - Параллельные прямые и плоскости в пространстве;
 - Перпендикулярные прямые и плоскости в пространстве;
 - Декартовы координаты и векторы в пространстве;

- Тригонометрические функции числового аргумента;
- Тригонометрические уравнения и неравенства;
- Исследование функций;
- Производная;
- Применение производной;
- Тела вращения;
- Объёмы и поверхности тел вращения;
- Степень с рациональным показателем;
- Решение показательных уравнений и неравенств;
- Логарифмические уравнения и неравенства;
- Производная показательной и логарифмической функций.

5. Диагностика результативности

Итоговый тест

В каждой задаче тестового тура Вы должны ответить «да» или «нет» на каждый пункт: «да», если согласны с утверждением, «нет», если не согласны. За каждый правильно указанный ответ начисляется +1 балл, за неправильно –1балл. Если Вы не знаете, как ответить, то он ничего не ставьте и в этом случае за этот пункт ничего не начисляется. Таким образом за каждую задачу Вы можете получить от -5 баллов до +5.

Время выполнения работы 90 минут.

1. Известно, что $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 5 = 0$. Следует ли отсюда, что:
а) $x=1$; б) $y=2$; в) $y < -2$; г) $xy = -2$ д) $x > 0$?
2. Известно, что $xy^2 - 4xy + 4x = 0$. Следует ли отсюда, что:
а) $x=0$; б) $y=2$; в) $x+y=2$; г) $x=0$ или $y=2$; д) $xy=0$?
3. Сумма кубов двух чисел равна 10, а сумма этих чисел равна 1. Произведение этих чисел равно:
а) 3; б) -1; в) -3; г) 2; д) не определяется однозначно.
4. Сумма кубов двух чисел равна 10, а сумма этих чисел равна 1. Квадрат разности этих чисел равен:
а) 3; б) 7; в) 8; г) 13; д) не определяется однозначно.
5. Сумма кубов двух чисел равна 10, а сумма этих чисел равна 1. Сумма величин, обратных этим числам, равна:
а) 1; б) $-1/3$; в) $1/2$; г) -3; д) не определяется однозначно.
6. Для ненулевых чисел x и y выполняется соотношение $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$. Тогда выражение $\frac{x}{y} + \frac{3y}{x}$ может принять значение:
а) 4 б) 3 в) -2 г) 3,5 д) 18?
7. На плоскости изображены графики трех линейных функций $y = a_1x + b_1$, $y = a_2x + b_2$, $y = a_3x + b_3$. Эти графики и ось абсцисс разделяют плоскость на некоторое количество частей. При $a_1 = 3, b_1 = 2, a_2 = -1, b_2 = 3, a_3 = 1, b_3 = -3$ это количество равно:
а) 8; б) 9; в) 10; г) 11; д) 12?
8. На плоскости изображены графики трех линейных функций $y = a_1x + b_1$, $y = a_2x + b_2$, $y = a_3x + b_3$. Эти графики и ось абсцисс разделяют плоскость на некоторое количество частей. При $a_1 = 3, b_1 = 2, a_2 = 0, b_2 = 3, a_3 = -6, b_3 = 5$ это количество равно:
а) 8; б) 9; в) 10; г) 11; д) 12?

9. На плоскости изображены графики трех линейных функций $y = a_1x + b_1$, $y = a_2x + b_2$, $y = a_3x + b_3$. Эти графики и ось абсцисс разделяют плоскость на некоторое количество частей. При $a_1 = 3, b_1 = 2, a_2 = -1, b_2 = 3, a_3 = 2, b_3 = 0$ это количество равно:

- а) 8; б) 9; в) 10; г) 11; д) 12?

Ответы

- | | | | | |
|-----------|--------|--------|--------|--------|
| 1. а) да | б) нет | в) нет | г) да | д) да |
| 2. а) нет | б) нет | в) нет | г) да | д) нет |
| 3. а) нет | б) нет | в) да | г) нет | д) нет |
| 4. а) нет | б) нет | в) нет | г) да | д) нет |
| 5. а) нет | б) да | в) нет | г) нет | д) нет |
| 6. а) да | б) нет | в) нет | г) да | д) нет |
| 7. а) нет | б) нет | в) да | г) нет | д) нет |
| 8. а) нет | б) да | в) нет | г) нет | д) нет |
| 9. а) нет | б) нет | в) нет | г) да | д) нет |

Список рекомендуемой литературы

1. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Всероссийская олимпиада школьников по математике: муниципальный этап. М., П., 2018
2. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Всероссийская олимпиада школьников по математике: региональный этап. М., П., 2017
3. Андреева А.Н. и др. Саратовские математические олимпиады. М., МЦНМО, 2014
4. Галицкий М.М. и др. Сборник задач по алгебре 8-9 кл. М., П., 2015
5. Горбачев А.Н. Сборник олимпиадных задач по математике М., МЦНМО, 2017
6. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.И. Как научиться решать нестандартные задачи? М., МЦНМО, 2019
7. Куланин Е.Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. «Илекса», 2013
8. Монов А. В. Путеводитель по алгебре для 7-9 классов: Серия «Индивидуальный маршрут ученика»: Учеб. пособие для 7-9 кл., 2011.